

## Chapitre 5, exercice 5

### Instructions pour employer CH05EX05.XLS et la série ARTIF du répertoire CH05EX05

*Le fichier CH05EX05.XLS et le répertoire CH05EX05 comportent un exercice de base destiné à tous les apprenants et un exercice avancé réservé aux seuls apprenants de la version avancée.*

#### Exercice de base (Pour tous les utilisateurs du cours)

##### Préalable



Le chapitre 5 du cours de base doit avoir été suivi

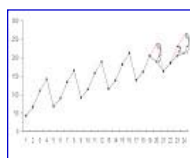
- jusqu'à la page 87 pour la partie 1,
- jusqu'à la page 94 pour les parties 2 à 4,
- jusqu'à la page 97 pour la partie 5,
- jusqu'à la page 123 pour les parties 6 et 7.

##### Objectif



Le but est de présenter les différentes méthodes élémentaires de décomposition saisonnière pour un modèle additif. Ceci sera effectué au moyen d'une série artificielle. Cette série a été choisie de manière à faire apparaître les principales qualités et les principaux défauts de chacune des quatre méthodes élémentaires de décomposition saisonnières qui seront appliquées avec quelques variantes.

##### Données



Les données sont des données artificielles qui simulent une série trimestrielle sur 6 années, soit 24 données. Cette série comporte une tendance linéaire, pas de cycle, une saisonnalité assez marquée des perturbations à la fin de la série. Outre la détermination des coefficients saisonniers, on s'intéresse aussi aux données corrigées des variations saisonnières, à l'estimation des erreurs et à l'étude de leur

### Structure de l'exercice

L'exercice comporte six parties :

- Dans la partie 1, le but est d'observer les données et de préparer les calculs pour la suite. On s'intéresse surtout au calcul de la droite de tendance et des moyennes mobiles).
- Dans la partie 2, le but est de détailler la description théorique donnée dans le cours, dans le cas du modèle additif, et d'appliquer les deux premières méthodes de détermination des coefficients saisonniers sur l'exemple.
- Dans la partie 3, le but est d'appliquer la troisième méthode, la méthode de comparaison à la tendance pour déterminer les coefficients saisonniers et pour introduire les données corrigées des variations saisonnières.
- Dans la partie 4, le but est d'appliquer la quatrième méthode de détermination des coefficients saisonniers, la méthode de comparaison aux moyennes mobiles. On se réfère fréquemment à la description théorique donnée dans la partie 2.
- Dans la partie 5, le but est de présenter une variante résistante de la méthode de comparaison aux moyennes mobiles qui emploie une synthèse par des médianes à la place de moyennes.
- Dans la partie 6, le but est d'aborder l'application des méthodes de décomposition saisonnière à la prévision.
- Dans la partie 7, le but est de réaliser l'application des méthodes des parties précédentes à l'aide du logiciel Time Series Expert for Windows.

**Partie 1** Dans cette première partie, on observe les données et on prépare les calculs pour la suite.

### 1.1 PRISE DE CONNAISSANCE AVEC LES DONNÉES

Nous avons dit que les données sont des données artificielles qui simulent une série trimestrielle sur 6 années, soit 24 données.

- ⇒ Pour atteindre le tableau des données, pressez F5 et sélectionnez DATA (vous pouvez aussi cliquer sur le lien prévu en haut de la feuille principale Main « Les données »).
- ⇒ Cliquez sur l'onglet DATA pour visualiser les données (petits carrés) et ce qu'elles auraient été s'il n'y avait pas eu les perturbations. Des flèches montrent l'effet de ces perturbations.

? Quelle est la différence entre les données du trimestre II et celles du trimestre I ?

? Quelle est la différence entre les données du trimestre III et celles du trimestre II ?

? Quelle est la différence entre les données du trimestre IV et celles du trimestre III ?



*1.1.1 Vos réponses*

? Y a-t-il une tendance ? Si oui, quelle est sa forme?



*1.1.2 Votre réponse*



?

À quelles dates les perturbations sont-elles introduites ?

*1.1.3 Votre réponse***1.2 EXAMEN DU TABLEAU DES DONNÉES**

Revenons au tableau DATA de la feuille Main.

Le tableau comporte en plus les moyennes annuelles (c'est-à-dire, pour chaque année, la moyenne des données trimestrielles de l'année) et la moyenne générale.

?

Que valent les 6 moyennes annuelles et la moyenne générale ?  
Notez les pour plus tard.



Année	I	II	III	IV	Moyennes annuelles
1980	43	66	110	141	.....
1981	67	90	134	165	.....
1982	91	114	158	189	.....
1983	115	138	182	213	.....
1984	139	162	206	189	.....
1985	163	186	206	213	.....
Moyenne générale					.....



Comparez les moyennes annuelles successives deux à deux.

?

Quelle différence entre deux moyennes annuelles successives trouve-t-on au début de la série / à la fin de la série ?

?

S'il n'y avait pas de perturbation vers la fin, qu'aurait-on comme moyennes annuelles ?

*1.2.1 Vos réponses***1.3 CALCUL DES MOYENNES MOBILES**

On calcule les moyennes mobiles d'ordre 4 (parce qu'il y a 4 trimestres dans l'année) et les moyennes mobiles centrées d'ordre 4.

- ⇒ Pour atteindre le tableau des moyennes mobiles, pressez F5 et sélectionnez CALCMA (vous pouvez aussi cliquer sur le lien prévu en haut de la feuille Main "Calcul des moyennes mobiles").
- ⇒ Vérifiez les trois premières moyennes mobiles MA(4), colonne K.

**?**

Que vaut la dernière moyenne mobile non centrée ?

**?**

Que vaut la dernière moyenne annuelle ?

*1.3.1 Vos réponses*

- ⇒ Vérifiez les deux premières moyennes mobiles centrées CMA(4), colonne L.

**?**

Expliquez à quoi sert le calcul des moyennes mobiles centrées d'ordre 4 ?

*1.3.2 Votre réponse*



- ⇒ Pour atteindre ce tableau, pressez F5 et sélectionnez CMA4 (vous pouvez aussi cliquer sur le lien prévu en haut de la feuille Main "Les moyennes mobiles").
- ⇒ Les moyennes mobiles centrées d'ordre 4 sont ensuite disposées sous forme de matrice avec les trimestres en colonnes et les années en ligne.
- ⇒ Notez les moyennes mobiles de la ligne 1980 ainsi que celles de la colonne I. Nous en aurons besoin plus tard.

Année	I	II	III	IV
1980			.....	.....
1981	.....			
1982	.....			
1983	.....			
1984	.....			
1985	.....			

Un graphique reprend les données et les moyennes mobiles centrées d'ordre 4.

- ⇒ Cliquez sur l'onglet Y&CMA pour visualiser les données (petits carrés) et les moyennes mobiles centrées d'ordre 4, disposées en trait continu.

?

Pourquoi la courbe des moyennes mobile ne continue-t-elle pas en ligne droite jusqu'à la fin ?



*1.3.3 Votre réponse*

#### 1.4 CALCUL DE LA TENDANCE ET DES VALEURS DE TENDANCE

La détermination de la tendance va nous servir par la suite pour le calcul des coefficients saisonniers.

On refait ici à peu près ce qui est fait dans le paragraphe 1.4 de l'exercice 4.



Revenez à la feuille Main.

L'équation de la tendance sera toujours déterminée à partir des moyennes annuelles, jamais à partir des données.



Pourquoi ?

1.4.1 Votre réponse

Nous nous basons donc sur les moyennes sur chaque année des données trimestrielles reprises au début du paragraphe 1.2.

Si la variable étudiée est une variable de flux, les données sont au milieu de chaque trimestre et les moyennes annuelles sont donc au milieu de chaque année. C'est ce que nous supposons dans ce qui suit.

Pour déterminer une équation de tendance, il faut une variable de temps. Supposons qu'elle soit mesurée en années avec l'origine 0 au milieu de l'année 1979, c'est-à-dire au 1er juillet 1979. De cette façon, la moyenne annuelle de la première année disponible, 1980, est placée au temps  $x = 1$ .

Donc le temps est mesuré en années, pas en trimestre ni en mois. Ces années seront indicées 1, 2, 3, ...

Nous avons disposé les moyennes annuelles dans un nouveau tableau.



Pour l'atteindre, pressez F5 et sélectionnez CALCT (vous pouvez aussi cliquer sur le lien prévu en haut de la feuille Main « Calcul de la tendance linéaire »).

Il reste maintenant à effectuer la régression linéaire. Nous avons employé la méthode des moindres carrés, avec la présentation déjà rencontrée plusieurs fois dans les chapitres 2 (exercices 1, 3 et 4) et 3 (exercice 3), les calculs étant effectués en employant les fonctions d'Excel (chapitre 2, exercice 1, partie 3, où nous les avons introduites pour la première fois).



Quelle est la valeur de la pente, c'est-à-dire l'accroissement *annuel* moyen ? Que vaut l'accroissement *trimestriel* moyen ?



?

Que vaut l'ordonnée à l'origine (ou constante de régression) ?

?

Concluez en donnant l'équation de la tendance.

#### 1.4.2 Vos réponses

Il faut maintenant obtenir les valeurs de tendance pour chaque trimestre. Conceptuellement ou graphiquement c'est très simple. Quand il faut les calculer, c'est un peu plus compliqué. C'est pour cette raison que nous avons préparé le terrain, dans l'exercice 4, avec le paragraphe 1.4 intitulé « Réflexion sur la tendance ».



Nous vous invitons à relire ces paragraphes si la moindre difficulté se présente.

L'équation de la tendance est la suivante

$$\text{tendance}_x = 73,6 + 20,4 x, \quad (1)$$

où, rappelons-le,  $x$  est le temps mesuré en années, et avec le 1/7/79 comme origine.

La difficulté est essentiellement de trouver les valeurs de  $x$  à utiliser. Nous voulons les valeurs de tendance pour chaque trimestre, donc I/80, II/80, III/80, etc. Les dates correspondantes sont le 15/2/80, le 15/5/80, le 15/8/80, etc.

Le 1er janvier 1980 est situé une demi-année avant le temps 1, donc  $x = 1 - 0,5 = 0,5$ .

Le 15/2/80 est situé un mois et demi soit un huitième d'année (1 divisé par 8 égale 0,125) après le temps  $x = 1 - 0,5 = 0,5$ , donc au temps  $x = 0,5 + 0,125 = 0,625$ . Par conséquent la valeur de tendance au 15/2/80 vaut  $73,6 + 20,4 \cdot 0,625 = 73,6 + 12,75 = 86,35$ .



⇒ Pour atteindre le tableau des valeurs de tendance, pressez F5 et sélectionnez TREND (vous pouvez aussi cliquer sur le lien prévu en haut de la feuille Main "Les valeurs de tendance").

Vous pouvez constater que la première valeur de tendance, celle sur la ligne 1980, colonne I, vaut bien 86,35.

Pour trouver celle de II/80, il y a deux manières.

- 1<sup>ère</sup> manière : vous recommencez comme ci-dessus, en cherchant  $x = 0,5 + 0,125 + 0,25 = 0,875$  (parce qu'on a avancé d'un quart d'année) et vous substituez dans l'équation :  $73,6 + 20,4 \cdot 0,875 = 73,6 + 17,85 = 91,45$ .
- 2<sup>ème</sup> manière : vous réfléchissez en vous disant que la tendance est linéaire avec un accroissement trimestriel constant qui vaut  $20,4/4 = 5,1$ , et donc la valeur de tendance de II/80 est celle de I/80 plus 5,1 :  $86,35 + 5,1 = 91,45$ .

?

Est-ce correct ?

?

Calculez la valeur de la tendance de III/80 en utilisant la première manière puis en utilisant la deuxième manière.

?

Calculez la valeur de la tendance de I/81 en utilisant la première manière puis en utilisant la deuxième manière.



#### 1.4.3 Vos réponses

⇒ Notez les valeurs de tendance de l'année 1980 ainsi que toutes celles du premier trimestre, de manière à ne pas avoir besoin de les retrouver ultérieurement dans le tableau.



Année	I	II	III	IV
1980	.....	.....	.....	.....
1981	.....			
1982	.....			
1983	.....			
1984	.....			
1985	.....			

?

Donnez une prévision de la tendance pour I/86 ?



*1.4.4 Votre réponse*



Dans le tableau TREND, la dernière ligne comporte les prévisions de tendance pour 1986.



Comparez vos prévisions avec celles du tableau.

Nous les emploierons vers la fin de l'exercice.

## SYNTHÈSE

Dans cette partie, nous avons d'abord déterminé les moyennes mobiles d'ordre 4 et les moyennes mobiles centrées d'ordre 4 pour une série de données artificielles. À cause des perturbations à la fin de la série, la courbe des moyennes mobiles ne continue pas en ligne droite jusqu'à la fin.

Nous avons déterminé ensuite l'équation de la tendance. Nous avons eu recours au calcul des moyennes annuelles et de la régression linéaire (par la méthode des moindres carrés). Le calcul des valeurs de tendance va servir pour déterminer les coefficients saisonniers par la suite.

**Partie 2** Dans cette partie, on détaille la description théorique donnée dans le cours, dans le cas du modèle additif, et on étudie, sur l'exemple, les deux premières méthodes de détermination des coefficients saisonniers qui s'appellent :

- la méthode de comparaison à la moyenne générale
- la méthode de comparaison aux moyennes annuelles.

### 2.1 NOTATIONS EMPLOYÉES

Nous commençons par une description générale du principe de toutes ces méthodes élémentaires. Comme nous l'avons vu dans l'exercice 4, l'essentiel est de déterminer la tendance-cycle. Ensuite, on prend les écarts entre les données et les valeurs de tendance-cycle, on les dispose dans une matrice avec les trimestres en colonnes et les années en lignes, et on essaye de synthétiser.

Dans l'exercice 4, c'était très facile parce qu'il n'y avait que deux années et, en l'absence d'erreurs, la synthèse était facile. On obtenait aussitôt les coefficients saisonniers de chaque trimestre.

Nous utiliserons les notations suivantes :

$i$	indice de la période, par exemple l'année, variant de 1 à $I$	
$j$	indice de la saison, par exemple le mois, variant de 1 à $J$	
$y_{ij}$	observation de la période $i$ , saison $j$	$y$
$f_{ij}$	valeur de tendance-cycle	$TC$
$T_{ij}$	valeur de tendance	$T$
$C_{ij}$	valeur de cycle conjoncturel	$C$
$S_j$ ou $S_{ij}$	coefficient ou facteur saisonnier	$S$
$E_{ij}$	valeur accidentelle ou erreur	$E$
$d_{ij}$	donnée désaisonnalisée ou corrigée des variations saisonnières	$D$


Si  $I = 5$  et  $J = 4$ , expliquez ce que représentent

 $y_{43}$  $T_{23}$  $S_1$  $d_{14}$ 

2.1.1 Vos réponses

?

Quelles sont les composantes de  $f_{ij}$  dans le cas additif et dans le cas multiplicatif ?

2.1.2 Votre réponse

?

Décrivez brièvement comment on a calculé les  $T_{ij}$  dans l'exercice 4 ?

2.1.3 Votre réponse

?

Quelles sont les composantes de  $d_{ij}$  dans le cas additif ?

2.1.4 Votre réponse

Nous considérons ici le modèle additif :

$$y_{ij} = T_{ij} + C_{ij} + S_j + E_{ij}.$$

## 2.2 DESCRIPTION THÉORIQUE

Les méthodes élémentaires de décomposition saisonnière diffèrent par les suppositions utilisées au sujet des  $f_{ij}$ , les valeurs de tendance et de cycle conjoncturel. Nous considérons quatre cas.

Cas	$T$ et $C$	Remarques
(I)	$f_{ij} = f$	pas de tendance ni de cycle
(II)	$f_{ij} = f_i$	tendance constante dans chaque période donc évoluant en escalier
(III)	$f_{ij} = a + b t$	tendance linéaire, pas de cycle
(IV)	$f_{ij}$ non spécifié	tendance et cycle existants mais de forme arbitraire



Comment devient le modèle additif dans le cas (I) ?



2.2.1 Vos réponses



Supposons qu'on ait des données mensuelles  $y_{ij}$  sur deux années, générées par un modèle additif dans le cas (II). Quelle est l'équation du modèle pour  $y_{1j}$ , pour la première année ? Quelle est l'équation du modèle pour  $y_{2j}$ , pour la deuxième année ?



Pourquoi dit-on que la tendance évolue en escalier ?



2.2.2 Vos réponses

Il y a une méthode de décomposition adaptée à chacun de ces 4 cas.

Cas	Estimation de T et C	Nom de la méthode
(I)	$\hat{f} = \bar{y} = \frac{1}{IJ} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J y_{ij}$	comparaison à la moyenne générale
(II)	$\hat{f} = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J y_{ij}$	comparaison aux moyennes annuelles
(III)	tendance linéaire sur les moyennes annuelles	comparaison à la tendance linéaire
(IV)	moyennes mobiles centrées sur un an	comparaison aux moyennes mobiles

Les deux premières méthodes, la méthode de comparaison à la moyenne générale et la méthode de comparaison aux moyennes annuelles, présentent peu d'intérêt pratique mais ont l'avantage d'être très simples. Nous les étudions pour cette raison mais aussi parce qu'elles ne conviennent pas sur l'exemple et que c'est intéressant de montrer comment détecter qu'une méthode ne convient pas.

Nous verrons la méthode (III) de comparaison à la tendance linéaire dans la partie 3. Cette méthode (III) peut être utilisée en combinaison avec une autre courbe de croissance que la tendance linéaire.

Par la suite, nous décrirons la méthode (IV) de comparaison aux moyennes mobiles, dans la partie 4. C'est elle qui était généralement employée pour fournir des données officielles corrigées des variations saisonnières au moyen de la méthode X11 élaborée au Bureau of the Census des Etats-Unis.

Considérons donc le *modèle additif*. Les méthodes consistent en les étapes suivantes.

1) Calcul des  $f_{ij}$  (voir le tableau ci-dessus).

2) Synthèse des  $S_j + E_{ij}$  sur les années

$$S_j = \frac{1}{I} \sum_i (y_{ij} - f_{ij}),$$

ce qui traduit le fait que, pour  $j$  fixé (mois, trimestre), les différences  $y_{ij} - f_{ij}$  sont des estimations de  $S_j$ .

**Remarque**

On peut vérifier (voir le présent exercice 5, partie avancée A) que le principe des moindres carrés conduit au même résultat pour  $S_j$ .

3) Puisque les variations saisonnières doivent se compenser sur un an, on s'attend naturellement à ce que la somme des  $S_j$  soit nulle. On peut montrer qu'il en est automatiquement ainsi pour les cas (I), (II) et (III). Pour ce dernier, la tendance linéaire est une supposition nécessaire et à condition que la méthode des moindres carrés soit employée. Si la somme n'est pas nulle, on apporte une correction additive à chaque  $S_j$  de sorte que la moyenne des  $S_j$  soit nulle :

$$\frac{1}{J} \sum_{j=1}^J S_j = 0.$$

C'est ce qu'on appelle le principe de *conservation des aires*. C'est simplement une condition de normalisation de la composante saisonnière.

**Remarques**

1. Pour le modèle multiplicatif, on remplacera les étapes 2 et 3 par

$$2') \quad S_j = \frac{1}{I} \sum_i y_{ij} / f_{ij}$$

3') correction multiplicative des  $S_j$  pour que leur moyenne soit égale à 100 % :

$$\frac{1}{J} \sum_{j=1}^J S_j = 1.$$

2. Du point de vue terminologique, on appelle souvent (mais pas toujours) les  $S_j$  des *coefficients saisonniers* dans le cas d'un modèle additif tandis qu'on les appelle des *facteurs saisonniers* dans le cas d'un modèle multiplicatif.

### 2.3 LA MÉTHODE DE COMPARAISON À LA MOYENNE GÉNÉRALE

Dans ce paragraphe, on étudie la méthode de détermination des coefficients saisonniers qui s'appelle méthode de comparaison à la moyenne générale.



Retrouvez plus haut (ou dans la feuille de calcul, si nécessaire) les données ainsi que la moyenne générale de la série (voir partie 1, paragraphe 1.2).



Calculez les écarts entre les premières données  $y_{ij}$  et les valeurs supposées de la tendance-cycle  $f_{ij}$  dans le contexte du cas (I) ci-dessus, c'est-à-dire les écarts  $y_{ij} - f_{ij}$  dont il est question dans l'étape (1) de la méthode. Disposez-les dans le tableau ci-dessous (vous n'aurez que la première ligne et la première colonne mais cela suffit pour la compréhension, le reste se trouvant dans la feuille de calcul).



Année	I	II	III	IV
1980	.....	.....	.....	.....
1981	.....			
1982	.....			
1983	.....			
1984	.....			
1985	.....			



Pour atteindre le tableau complet, pressez F5 et sélectionnez METH1 (vous pouvez aussi cliquer sur le lien prévu en haut de la feuille Main « Comparaison à la moyenne générale »). Vérifiez vos calculs.



Passez ensuite à l'étape (2) de la méthode qui consiste à calculer une moyenne de chaque colonne. Vérifiez le résultat pour la première colonne que vous avez en entier. Est-ce correct ?



2.3.1 Votre réponse

Vous avez maintenant les coefficients saisonniers provisoires  $S_j$ .



Passez ensuite à l'application de l'étape (3). Calculez la moyenne des coefficients saisonniers. Vaut-elle zéro ?



2.3.2 Votre réponse



Si la réponse est oui, aucune correction n'est nécessaire.

### Remarque



Ce n'est pas un hasard si cette moyenne vaut 0. C'est parce qu'on calcule la moyenne des écarts à la moyenne. Si le nombre de données n'était pas le même pour chaque année, par exemple, si la dernière année n'était pas complète, ce ne serait pas vrai. Il faudrait alors effectuer la correction. Nous verrons plus loin comment.



Faisons le point. Comme dans l'exercice 4, l'application de la méthode de comparaison à la moyenne générale devrait donner des nombres similaires au sein de chacune des colonnes. Ils doivent être similaires puisqu'ils sont composés d'un même coefficient saisonnier, supposé identique pour chaque saison – chaque colonne – et d'une erreur différente pour chaque année – chaque ligne – mais supposée d'ampleur réduite. A-t-on ce résultat dans notre cas ? Pouvez-vous imputer les variations d'année en année au sein d'une même colonne à des erreurs de nature aléatoire ?



Au contraire trouvez-vous un caractère systématique à l'évolution à l'intérieur des colonnes ?



### 2.3.3 Vos réponses

### Remarques



1. Il se pourrait que pour certaines colonnes cela marche très bien et moins bien pour d'autres ; une raison fréquente : la position de la date de Pâques qui se déplace d'une année à l'autre avec les incidences qu'on peut deviner sur des séries liées au tourisme, par exemple.

2. Nous n'allons pas alourdir cet exercice. Ultérieurement, vous pourrez y revenir pour examiner les données corrigées des variations saisonnières et l'estimation des erreurs qui se déduisent de cette méthode, quand vous aurez vus ces notions. Vous les trouverez dans les tableaux METH1D et METH1E.

## 2.4 LA MÉTHODE DE COMPARAISON AUX MOYENNES ANNUELLES

Dans ce paragraphe, on étudie la méthode de détermination des coefficients saisonniers qui s'appelle méthode de comparaison aux moyennes annuelles.

⇒ Retrouvez plus haut (ou dans la feuille de calcul, si nécessaire) les données que nous avons demandé de recopier ainsi que les moyennes annuelles de la série (voir partie 1, paragraphe 1.2).

? Calculez les écarts entre les premières données  $y_{ij}$  et les valeurs supposées de la tendance-cycle  $f_{ij}$  dans le contexte du cas (II) ci-dessus, c'est-à-dire les écarts  $y_{ij} - f_{ij}$  dont il est question dans l'étape (1) de la méthode. Disposez-les dans le tableau ci-dessous (vous n'aurez que la première ligne et la première colonne mais cela suffit pour la compréhension, le reste se trouvant dans la feuille de calcul).



Année	I	II	III	IV
1980	.....	.....	.....	.....
1981	.....			
1982	.....			
1983	.....			
1984	.....			
1985	.....			

⇒ Pour atteindre le tableau complet, pressez F5 et sélectionnez METH2 (vous pouvez aussi cliquer sur le lien prévu en haut de la feuille Main "Comparaison aux moyennes annuelles"). Vérifiez vos calculs.

? Passez ensuite à l'étape (2) de la méthode qui consiste à calculer une moyenne de chaque colonne. Vérifiez le résultat pour la première colonne que vous avez en entier. Est-ce correct ?

2.4.1 Votre réponse



Vous avez maintenant les coefficients saisonniers provisoires  $S_j$ .



?

Passez ensuite à l'application de l'étape (3). Calculez la moyenne des coefficients saisonniers. Vaut-elle zéro ?

#### 2.4.2 Votre réponse

Si la réponse est oui, aucune correction n'est nécessaire.



#### Remarque

Ici également, ce n'est pas un hasard non plus si cette moyenne vaut 0. C'est parce que pour chaque année on calcule les écarts à la moyenne. Si le nombre de données n'était pas le même pour chaque année, par exemple, si la dernière année n'était pas complète, ce ne serait pas vrai. Il faudrait alors effectuer la correction. Nous verrons plus loin comment.

?

Faisons à nouveau le point. L'application de la méthode de comparaison à la moyenne annuelle devrait donner des nombres similaires au sein de chacune des colonnes. Est-ce ce qui se passe ici ? Pouvez-vous imputer les variations à des erreurs de nature aléatoire ?

?

Au contraire trouvez-vous un caractère systématique à l'évolution à l'intérieur des colonnes ? Peut-on mettre en cause les perturbations à la fin de la série ?



#### 2.4.3 Vos réponses



#### Remarque

Nous n'allons pas alourdir cet exercice. Ultérieurement, vous pourrez y revenir pour examiner les données corrigées des variations saisonnières et l'estimation des erreurs qui se déduisent de cette méthode, quand vous aurez vu ces notions. Vous les trouverez dans les tableaux METH2D et METH2E.

## SYNTHÈSE

Dans cette partie deux méthodes élémentaires sont utilisées pour déterminer la composante saisonnière dans le cas d'un modèle additif.

La première est la méthode de comparaison à la moyenne générale. Elle consiste à obtenir les coefficients saisonniers provisoires en calculant les écarts entre les données et la moyenne générale, puis à calculer la moyenne de chaque colonne. Les coefficients saisonniers déterminés sont aussi définitifs puisque aucune correction n'est nécessaire.

On procède de même pour la deuxième méthode, la méthode de comparaison aux moyennes annuelles, mais en se basant sur les moyennes annuelles au lieu de la moyenne générale.

**Partie 3**

Dans cette partie, on étudie, sur l'exemple et dans le cas du modèle additif, la troisième méthode de détermination des coefficients saisonniers qui s'appelle méthode de comparaison à la tendance. On se réfère fréquemment à la description théorique donnée dans la partie 2. On introduit également la notion de données corrigées des variations saisonnières. On décrit une méthode pour les déterminer ainsi que pour estimer la composante d'erreurs.

**3.1 LA MÉTHODE DE COMPARAISON À LA TENDANCE**

Dans ce paragraphe, on applique la méthode de comparaison à la tendance pour déterminer les coefficients saisonniers.

Nous l'illustrerons dans le cas d'une tendance linéaire. La méthode peut aussi être utilisée en combinaison avec une autre courbe de croissance que la tendance linéaire, par exemple une tendance exponentielle ou parabolique ou même une des courbes de croissance à trois paramètres vues dans le chapitre 3. La tendance peut être estimée par la méthode des moindres carrés (c'est le cas traité ici) mais peut aussi l'être par une autre méthode (par exemple la méthode des trois points du chapitre 3).


⇒ Retrouvez plus haut (ou dans la feuille de calcul, si nécessaire) les données ainsi que les valeurs de tendance que nous avons demandé de recopier. Nous avons demandé de garder l'année 1980 et la colonne du trimestre I (voir partie 1, paragraphe 1.2 pour les données et paragraphe 1.4 pour les valeurs de tendance).



Calculez la matrice des écarts entre les premières données  $y_{ij}$  et les valeurs supposées de la tendance-cycle  $f_{ij}$  dans le contexte du cas (III) (voir paragraphe 2.2 dans la partie 2), c'est-à-dire les écarts  $y_{ij} - f_{ij}$  dont il est question dans l'étape (1) de la méthode. Disposez-les dans le tableau ci-dessous, tout au moins la première ligne et la première colonne.



Année	I	II	III	IV
1980	.....	.....	.....	.....
1981	.....			
1982	.....			
1983	.....			
1984	.....			
1985	.....			




⇒ Pour atteindre le tableau complet, pressez F5 et sélectionnez METH3 (vous pouvez aussi cliquer sur le lien prévu en haut de la feuille Main « Comparaison à la tendance linéaire »). Vérifiez vos calculs.

?

Passez ensuite à l'étape (2) de la méthode (voir paragraphe 2.2 dans la partie 2) qui consiste à calculer une moyenne de chaque colonne. Vérifiez le résultat pour la première colonne que vous avez en entier. Est-ce correct ?

3.1.1 Votre réponse

Vous avez maintenant les coefficients saisonniers provisoires  $S_j$ .




?

Passez ensuite à l'application de l'étape (3). Calculez la moyenne des coefficients saisonniers. Vaut-elle zéro ?


3.1.2 Votre réponse

Si la réponse est oui, aucune correction n'est nécessaire.

#### Remarque



Ce n'est toujours pas un hasard si cette moyenne vaut 0. Mais les conditions sont plus fortes que pour les méthodes précédentes. Non seulement il faut que les années soient complètes, mais aussi la tendance doit être linéaire et obtenue par la méthode des moindres carrés. Si elle avait une autre forme et/ou était obtenue par une autre méthode, alors il faudrait effectuer la correction. Nous verrons plus loin comment.



?

Notez le coefficient saisonnier du trimestre I de manière à le récupérer dans le paragraphe suivant.

3.1.3 Votre réponse

Comme pour les deux cas précédents, examinons les données de chaque colonne : sont-elles relativement stables, c'est-à-dire les différences observées d'une année à l'autre peuvent-elles être imputées aux erreurs aléatoires ou présentent-elles un caractère systématique.

?

Est-ce ce qui se passe ici ? Est-ce vraiment ce que nous obtenons ?

?

Pouvez-vous imputer les variations à des erreurs de nature aléatoire ?

?

Au contraire trouvez-vous un caractère systématique à l'évolution à l'intérieur des colonnes ? Peut-on mettre en cause les perturbations à la fin de la série ?



### 3.1.4 Vos réponses



#### Remarque

Rappelons que la méthode des moindres carrés n'est pas très résistante, c'est-à-dire qu'elle est sensible à la présence de données aberrantes. Les perturbations ont indéniablement agi sur la pente de la droite.

### 3.2 LES DONNÉES CORRIGÉES DES VARIATIONS SAISONNIÈRES



Rappelons d'abord la notion vue au cours.

Les *données corrigées des variations saisonnières*, qu'on appelle également les *données désaisonnalisées* ("seasonally adjusted data") s'obtiennent comme suit dans le cas d'un modèle additif :  $d_{ij} = y_{ij} - S_j$

#### Remarques



1. Dans le cas d'un modèle multiplicatif, on aura :  $d_{ij} = y_{ij} / S_j$ .

2. Les données corrigées des variations saisonnières sont évidemment liées à la méthode employée pour calculer les coefficients saisonniers  $S_j$ . En pra-

tique, cet inconvénient est mineur dans la mesure où c'est presque toujours la même méthode, X-11 du Bureau of the Census, qui est utilisée.

⇒ Retrouvez plus haut ou dans la feuille de calcul la matrice des données (DATA ou "Les données").

Nous avons la ligne des coefficients saisonniers obtenus par la méthode de comparaison à la tendance linéaire.

? Vous avez noté le coefficient saisonnier du trimestre I ainsi que les données du trimestre I. Effectuez les soustractions nécessaires.



Année	I	II	III	IV
1980	.....	.....	.....	.....
1981	.....			
1982	.....			
1983	.....			
1984	.....			
1985	.....			

⇒ Pour atteindre le tableau complet, pressez F5 et sélectionnez METH3D.

### 3.3 LES ERREURS

Les erreurs peuvent être estimées à partir de la série chronologique disponible en employant les composantes déjà estimées. Comme il y en a autant que d'observations, on ne peut pas s'attendre à une très bonne estimation même dans les cas les plus favorables. Dans le cas d'un modèle additif, on peut les calculer de deux manières possibles (équivalentes) comme suit

1.  $E_{ij} = d_{ij} - f_{ij}$
2.  $E_{ij} = y_{ij} - S_j - f_{ij}$

#### Remarque

Dans le cas d'un modèle multiplicatif

$$E_{ij} = \frac{d_{ij}}{f_{ij}} = \frac{y_{ij}}{S_j \times f_{ij}}.$$





Vous avez tous les éléments pour effectuer ce calcul dans notre cas d'un modèle additif :

- Les données corrigées des variations saisonnières sont dans le tableau METH3D, qui vient d'être vérifié (voir paragraphe 3.2)
- L'estimation de tendance-cycle est ici fournie par les valeurs de tendance dans le tableau TRND (ou « Les valeurs de tendance ») (voir paragraphe 1.4)
- Les données sont dans le tableau DATA (ou « Les données ») (voir paragraphe 1.2)
- Les coefficients saisonniers sont sur la dernière ligne du tableau METH3 (ou « Comparaison à la tendance linéaire »).



Vous avez noté le coefficient saisonnier du trimestre I ainsi que les données et les valeurs de la tendance-cycle (qui sont représentés par la tendance puisqu'il n'y a pas de cycle) du trimestre I. Effectuer les soustractions nécessaires.



Année	I	II	III	IV
1980	.....	.....	.....	.....
1981	.....			
1982	.....			
1983	.....			
1984	.....			
1985	.....			

Notez qu'on peut aussi calculer les estimateurs des erreurs en soustrayant les valeurs de la tendance des données corrigées.



Pour atteindre le tableau complet, pressez F5 et sélectionnez METH3E.

## SYNTHÈSE

Dans cette partie, nous avons calculé les coefficients saisonniers par la méthode de comparaison à la tendance. Nous avons vu dans le tableau des différences que, dans chaque colonne, les valeurs augmentent d'une année à l'autre, sauf vers les deux dernières années sous l'effet des perturbations qui ont été introduites à la fin de la série.

Nous avons aussi calculé les données corrigées des variations sai-

---

sonnières par soustraction des coefficients saisonniers. Après, nous avons calculé les erreurs en soustrayant de la série les autres composantes.

**Partie 4**

Dans cette partie, on étudie, sur l'exemple, et dans le cas du modèle additif, la quatrième méthode de détermination des coefficients saisonniers qui s'appelle méthode de comparaison aux moyennes mobiles. On se réfère fréquemment à la description théorique donnée dans la partie 2.

On applique également la méthode vue dans la partie 3 pour déterminer les données corrigées des variations saisonnières et pour estimer la composante d'erreur.

**4.1 LA MÉTHODE DE COMPARAISON AUX MOYENNES MOBILES**

Dans ce paragraphe, on étudie la méthode de détermination des coefficients saisonniers qui s'appelle méthode de comparaison aux moyennes mobiles.

Cette méthode s'avère plus générale que la méthode de comparaison à la tendance (que la tendance soit linéaire ou non) dans la mesure où une composante de cycle conjoncturel peut être présente dans  $f_{ij}$  (alors qu'il a été supposé pour les trois méthodes I, II et III, qu'il n'y avait pas de cycle).



Avant tout, pourquoi employer des moyennes mobiles centrées d'ordre 4 ?

*4.1.1 Votre réponse*



Pourquoi pas des moyennes mobiles (non centrées) d'ordre 4 ?

*4.1.2 Votre réponse*



Pourquoi pas des moyennes mobiles centrées d'ordre 6 ?

*4.1.3 Votre réponse*



?

Pourquoi pas des moyennes mobiles (non centrées) d'ordre 5 ou 3 ?

#### 4.1.4 Votre réponse



Retrouvez plus haut (ou dans la feuille de calcul, si nécessaire) les données ainsi que les moyennes mobiles centrées d'ordre 4, que nous avons demandé de recopier. Nous avons demandé de garder la ligne de l'année 1980 et la colonne du trimestre I (voir partie 1, paragraphe 1.2 pour les données et paragraphe 1.3 pour les moyennes mobiles).

?

Calculez la matrice des écarts entre les premières données  $y_{ij}$  et les valeurs supposées de la tendance-cycle  $f_{ij}$  dans le contexte du cas (IV) (voir paragraphe 2.2 dans la partie 2), c'est-à-dire les écarts  $y_{ij} - f_{ij}$  dont il est question dans l'étape (1) de la méthode (voir paragraphe 2.2 dans la partie 2). Disposez-les dans le tableau ci-dessous, tout au moins la première ligne et la première colonne.



Année	I	II	III	IV
1980			.....	.....
1981	.....			
1982	.....			
1983	.....			
1984	.....			
1985	.....			



Pour atteindre le tableau complet, pressez F5 et sélectionnez METH41 (vous pouvez aussi cliquer sur le lien prévu en haut de la feuille Main "Comparaison aux moyennes mobiles (moyennes)").

?

Vérifiez vos calculs. Pourquoi n'avez-vous rien dans les colonnes I et II de la ligne 1980 ?

**?**

Pourquoi voit-on un caractère systématique seulement jusqu'au premier trimestre de 1984 ?

*4.1.5 Vos réponses*

**?**

Passez ensuite à l'étape (2) de la méthode (voir paragraphe 2.2 dans la partie 2) qui consiste à calculer une moyenne de chaque colonne. Vérifiez le résultat pour la première colonne que vous avez en entier.

*4.1.6 Votre réponse*

**?**

Pourquoi doit-on chaque fois calculer une moyenne sur 5 nombres au lieu d'une moyenne sur 6 nombres comme dans les autres méthodes ?

*4.1.7 Votre réponse*

Vous avez maintenant les coefficients saisonniers provisoires  $s_j$ . Passez ensuite à l'application de l'étape (3).

**?**

Calculez la moyenne des coefficients saisonniers. Vaut-elle zéro ?

*4.1.8 Votre réponse*

- Si la réponse est oui, aucune correction n'est nécessaire.



- Si la réponse est négative, il est temps de prendre connaissance de la correction de normalisation mentionnée à la fin de la description théorique (voir partie 2, paragraphe 2.2).

### Remarque

Ici ce serait vraiment un hasard si la moyenne valait 0.



On répartit la somme à chacun des quatre trimestres et ceci de manière équitable. On divise donc la somme par 4 (si les données étaient mensuelles, on diviserait par 12) et on soustrait le résultat de chaque coefficient saisonnier provisoire.

Pour illustrer, supposons que les coefficients saisonniers provisoires soient : 4, 7, 11 et  $-6$ . La moyenne vaut 4. En soustrayant cette moyenne de 4, 7, 11 et  $-6$ , on trouve 0, 3, 7 et  $-10$ , dont la moyenne est 0.

⇒ Consultez les formules très simples d'Excel (C236 à F236) pour vérifier que cette correction fonctionne.



Notez le coefficient saisonnier du trimestre I de manière à le récupérer dans le paragraphe suivant.

#### 4.1.9 Vos réponses



Faisons à nouveau le point. L'application de la méthode de comparaison à la moyenne mobile devrait donner des nombres similaires au sein de chacune des colonnes.

## 4.2 COMPARAISON ENTRE LES MÉTHODES

⇒ Comparez les coefficients saisonniers obtenus ici avec ceux de la méthode de comparaison aux moyennes annuelles qui avait donné  $-42$  pour le trimestre I,  $-19$  pour le trimestre II, 21 pour le tri-

mestre III, et 40 pour le trimestre IV.

? La saisonnalité est-elle plus marquée par cette méthode-ci ?  
Moins marquée ?

? Laquelle des deux méthodes fournit les résultats les plus raisonnables ?

? Réalisez un petit graphique en représentant la vraie tendance plus ou moins linéaire et la tendance approchée constituée par les moyennes annuelles qui peut se représenter comme une courbe en escalier. Pour quels trimestres, la tendance approchée sera-t-elle sous-estimée par rapport à la tendance vraie ? Pour quels trimestres, la tendance approchée sera-t-elle surestimée par rapport à la tendance vraie ?

? Pour quels trimestres, la composante saisonnière déduite de la tendance approchée sera-t-elle sous-estimée par rapport à la tendance vraie ? La composante saisonnière déduite de la tendance approchée sera-t-elle surestimée par rapport à la tendance vraie ?

#### 4.2.1 Vos réponses



### 4.3 LES DONNÉES CORRIGÉES DES VARIATIONS SAISONNIÈRES

Nous avons rappelé cette notion dans le paragraphe 3.2 ci-dessus.

Vous avez tous les éléments pour effectuer ce calcul dans notre cas d'un modèle additif :

- la matrice des données dans le tableau DATA (ou « Les données »).
- la ligne des coefficients saisonniers obtenus par la méthode de comparaison aux moyennes mobiles dans le tableau METH41 (ou "Comparaison aux moyennes mobiles (moyennes)").

?

Vous avez noté le coefficient saisonnier du trimestre I ainsi que les données du trimestre I. Effectuez les soustractions nécessaires et vérifiez. Est-ce correct ?



Année	I	II	III	IV
1980	.....	.....	.....	.....
1981	.....			
1982	.....			
1983	.....			
1984	.....			
1985	.....			



Pour atteindre le tableau complet, pressez F5 et sélectionnez METH41D.

#### 4.4 LES ERREURS

Nous avons rappelé cette notion dans le paragraphe 3.3 ci-dessus.

Vous avez tous les éléments pour effectuer ce calcul dans notre cas d'un modèle additif :

- Les données corrigées des variations saisonnières sont dans le tableau METH41D, qui vient d'être vérifié (voir paragraphe 4.2)
- L'estimation de tendance-cycle est ici fournie par les moyennes mobiles centrées d'ordre 4, dans le tableau CMA4 (ou « Les moyennes mobiles ») (voir paragraphe 1.3)
- Les données sont dans le tableau DATA (ou « Les données ») (voir paragraphe 1.2)
- Les coefficients saisonniers sont sur la dernière ligne du tableau METH41 (ou « Comparaison aux moyennes mobiles (moyennes) »).





Vous avez noté le coefficient saisonnier du trimestre I ainsi que les données et les valeurs des moyennes mobiles du trimestre I. Effectuez les soustractions nécessaires.



Année	I	II	III	IV
1980			.....	.....
1981	.....			
1982	.....			
1983	.....			
1984	.....			
1985	.....			

Comme dans le paragraphe précédent, notez qu'on peut aussi calculer les estimateurs des erreurs en soustrayant les valeurs de la tendance-cycle (moyennes mobiles) des données corrigées.



Pour atteindre le tableau complet, pressez F5 et sélectionnez METH41E ou cliquez sur le lien prévu en haut de la feuille « Comparaison aux moyennes mobiles (moyennes ) » et descendez un peu.

Les erreurs sont intéressantes en elles-mêmes, d'un point de vue historique, mais aussi pour leur distribution. La fonction de distribution lissée est déterminée par la méthode générale décrite dans le chapitre 1, exercice 3. La représentation graphique de cette fonction de distribution est l'objet d'une figure.



Cliquez sur l'onglet ERRCMAAVG pour la visualiser.

## SYNTHÈSE

La méthode de comparaison aux moyennes mobiles a été utilisée pour déterminer la composante saisonnière tout en considérant l'existence de la tendance-cycle.

Dans un premier temps, nous avons calculé les écarts entre les données et les moyennes mobiles centrées sur un an, ensuite nous avons obtenu les coefficients saisonniers provisoires en calculant la moyenne de chaque colonne.

Puisque la moyenne de ces coefficients saisonniers provisoires est différente de 0, une correction de normalisation a été nécessaire.

Nous avons aussi calculé les données corrigées des variations sai-

sonnières par soustraction des coefficients saisonniers. Après, nous avons calculé les erreurs en soustrayant de la série la somme des autres composantes.

**Partie 5**

Dans cette partie, on reprend la méthode de comparaison aux moyennes mobiles mais dans une variante résistante qui emploie une synthèse par des médianes à la place de moyennes.

### 5.1 VARIANTE DE LA MÉTHODE DE COMPARAISON AUX MOYENNES MOBILES AVEC DES MÉDIANES

Nous avons remarqué dans le tableau METH41 (ou "Comparaison aux moyennes mobiles (moyennes)"), que la moyenne ne réalise pas une très belle synthèse des colonnes I, II, III et IV, à cause de l'effet aberrant produit par les perturbations. Pour cela, on pourrait envisager, comme dans les chapitres 2 et 3, une approche plus résistante.

#### Remarque



Dans l'exercice 6, nous envisagerons une moyenne élaguée, c'est-à-dire une moyenne qui ne fait pas intervenir la plus petite et la plus grande des observations (les observations sont ici les différences à l'intérieur d'une des colonnes). Ici nous nous contentons d'une médiane.



La notion de médiane a été vue dans le cours (chapitre 2) et revue dans le chapitre 2, exercice 4.

Les nombres de la colonne I sont :  $-38, -38, -38, -38, -23$ .

⇒ N'oubliez pas de trier les nombres dans l'ordre croissant. Prenez la valeur centrale si le nombre d'observations est impair (3, 5, ...) et la moyenne des deux valeurs centrales si le nombre d'observations est pair (2, 4, 6, ...)



Calculez la médiane dans la colonne I. Combien trouvez-vous ? Dans la colonne II ? Dans la colonne III ? Dans la colonne IV ?



5.1.1 Vos réponses

⇒ Vous avez maintenant les coefficients saisonniers provisoires  $s_j$ . Notez-les bien parce que vous en aurez besoin par la suite.



?

Passez ensuite à l'application de l'étape (3). Calculez la moyenne des coefficients saisonniers. Vaut-elle zéro ? Si la réponse est oui, aucune correction n'est nécessaire.

5.1.2 Votre réponse



?

Calculez la moyenne des coefficients saisonniers après correction. Vaut-elle zéro ?

5.1.3 Votre réponse

Si la réponse est oui, aucune correction n'est nécessaire

#### Remarque



Ici c'est vraiment par hasard que la moyenne vaut 0 !



Pour atteindre le tableau complet, pressez F5 et sélectionnez METH42. Vous pouvez aussi cliquer sur le lien prévu en haut de la feuille Main "Comparaison aux moyennes mobiles (médianes)". Vérifiez vos calculs.

?

Comparez les coefficients saisonniers obtenus ici avec ceux de la méthode de comparaison aux moyennes annuelles qui avait donné -42 pour le trimestre I, -19 pour le trimestre II, 21 pour le trimestre III, et 40 pour le trimestre IV.

?

La saisonnalité est-elle plus marquée par cette méthode-ci ? Est-elle moins marquée ?

?

Laquelle des deux méthodes fournit les résultats les plus raisonnables ?



#### 5.1.4 Vos réponses



Comparez les coefficients saisonniers obtenus ici avec ceux de la méthode de comparaison aux moyennes mobiles en utilisant des moyennes comme synthèse. Cela avait donné :  $-35,75$  pour le trimestre I,  $-16,95$  pour le trimestre II,  $18,65$  pour le trimestre III, et  $34,05$  pour le trimestre IV.



#### 5.1.5 Votre réponse

### 5.2 LES DONNÉES CORRIGÉES DES VARIATIONS SAISONNIÈRES

Nous avons calculé les données corrigées des variations saisonnières obtenues par la méthode de comparaisons aux moyennes mobiles, en employant les médianes qui sont plus adéquates ici.




Vous avez noté le coefficient saisonnier du trimestre I ainsi que les données du trimestre I. Effectuez les soustractions nécessaires et vérifiez. Est-ce correct ?



Année	I	II	III	IV
1980	.....	.....	.....	.....
1981	.....			
1982	.....			
1983	.....			
1984	.....			
1985	.....			



Pour atteindre le tableau complet, pressez F5 et sélectionnez METH42D. Vous pouvez aussi cliquer sur le lien prévu en haut de la feuille Main "Comparaison aux moyennes mobiles (médianes)" et descendez un peu.




⇒ Les données corrigées des variations saisonnières sont présentées dans une figure en compagnie des données. Cliquez sur l'onglet SEASADJ pour visualiser les données (petits carrés) et les données corrigées des variations saisonnières, disposées presque en ligne droite sauf vers la fin de la série.

? Est-ce à cause des perturbations ?

5.2.1 Votre opinion

On constate que les données corrigées évoluent très régulièrement au début (reflet du caractère artificiel des données) et suivent très fidèlement les perturbations introduites à la fin.



? Etait-ce qu'on pouvait rêver de mieux pour cette série ?

5.2.2 Votre avis

### 5.3 LES ERREURS

Enfin, nous avons estimé la composante d'erreur, en employant la méthode décrite dans le paragraphe 3.3 ci-dessus et les éléments suivants :

- Les données corrigées des variations saisonnières sont dans le tableau METH42D, qui vient d'être vérifié ci-dessus
- L'estimation de tendance-cycle est ici fournie par les moyennes mobiles centrées d'ordre 4, tableau CMA4 (ou "Les moyennes mobiles") (voir paragraphe 1.3)
- Les données sont dans le tableau DATA (ou "Les données") (voir paragraphe 1.2)
- Les coefficients saisonniers sont sur la dernière ligne du tableau METH42 (ou "Comparaison aux moyennes mobiles (médianes)").



?

Vous avez noté le coefficient saisonnier du trimestre I ainsi que les données et les valeurs de la tendance-cycle (qui sont représentés ici par les moyennes mobiles (médianes)) du trimestre I. Effectuer les soustractions nécessaires ?

Année	I	II	III	IV
1980			.....	.....
1981	.....			
1982	.....			
1983	.....			
1984	.....			
1985	.....			

Notez qu'on peut aussi calculer les estimateurs des erreurs en soustrayant les valeurs de la tendance-cycle des données corrigées.



Pour atteindre le tableau complet, pressez F5 et sélectionnez METH42E ou cliquez sur le lien prévu en haut de la feuille "Comparaison aux moyennes mobiles (médianes)" et descendez un peu.

Les erreurs sont intéressantes en elle-même, d'un point de vue historique, mais aussi pour leur distribution. La figure est parfois intéressante.



Cliquez sur l'onglet ERRMED pour visualiser les erreurs en fonction du temps.

?

Combien sont différentes de 0 ?



5.3.1 Votre réponse



Comparez les dates des erreurs aux dates des perturbations de la série que vous pouvez retrouver en cliquant sur l'onglet DATA.



À nouveau, la fonction de distribution lissée est déterminée par la méthode générale décrite dans le chapitre 1, exercice MP01F06. La représentation graphique de cette fonction de distribution est

l'objet d'une figure. Cliquez sur l'onglet ERRCMAMED pour la visualiser.

## SYNTHÈSE

Dans cette partie, nous avons procédé de la même manière que dans la partie 4 mais en utilisant la médiane au lieu de la moyenne comme paramètre de synthèse.

Une comparaison de cette méthode avec les autres méthodes a montré que celle ci fournit des résultats plus raisonnables, moins sensibles aux perturbations qui ont affecté la série.



**Partie 6**

Jusqu'à présent, nous avons vu les méthodes de décomposition saisonnière comme des méthodes permettant d'extraire les composantes de saisonnalité et d'erreur et de corriger les données pour la saisonnalité. Ici, nous abordons l'application de ces méthodes à la prévision.

Selon le principe de décomposition, on prévoit chaque composante et on combine les prévisions. Les prévisions des composantes sont réalisées comme suit :

- pour la tendance  $T$ , on utilise la courbe de croissance appropriée ;
- pour le cycle conjoncturel  $C$ , on se réfère à la situation de la conjoncture ; c'est la seule composante pour laquelle il faudra éventuellement recourir à une expertise extérieure (organisme professionnel, par exemple) ; voir dans l'exercice 6 le paragraphe consacré au cycle conjoncturel ;
- pour la composante saisonnière  $S$ , on utilise les coefficients saisonniers estimés ;
- pour la composante accidentelle, les erreurs étant imprévisibles par définition, on doit se contenter d'estimer leur distribution.

Dans le cas d'un modèle additif, on calcule donc les prévisions par la formule :  $\hat{y} = \hat{T} + \hat{C} + \hat{S}$ . La distribution des erreurs peut être estimée en employant les erreurs constatées sur la série chronologique disponible. On calcule ces erreurs comme suit :

$$E_{ij} = d_{ij} - f_{ij} = y_{ij} - S_j - f_{ij}$$

**Remarque**

Dans le cas d'un modèle multiplicatif, on calcule les prévisions par :  $\hat{y} = \hat{T} \times \hat{C} \times \hat{S}$ . Les erreurs de prévisions sont calculées par

$$E_{ij} = \frac{d_{ij}}{f_{ij}} = \frac{y_{ij}}{S_j \times f_{ij}}.$$

Les tableaux METH41E et METH42E illustrent la méthode dans le cas additif en utilisant les coefficients saisonniers obtenus par la méthode de comparaisons aux moyennes mobiles, avec synthèse par moyennes et par médianes, respectivement.

On constate que les erreurs basées sur l'utilisation des médianes sont égales à zéro pendant les quatre premières années, ce qui montre le caractère artificiel des données. Durant les deux dernières années au contraire, les erreurs sont importantes. Les figures sous les onglets ERRCMAAVG et ERRCMAMED donnent une estimation de la fonction de distribution des

erreurs, par la méthode exposée au chapitre 1.

Pour un intervalle de prévision à 90%, par exemple, on détermine les quantiles d'ordre 0,05 et 0,95, mettons  $E_{inf}$  et  $E_{sup}$ . Notons que  $E_{inf}$  sera généralement négatif, dans le cas du modèle additif. L'intervalle de prévision à 90% est alors le suivant :  $\hat{y} + E_{inf}$  à  $\hat{y} + E_{sup}$ .



Déterminez la prévision pour le trimestre I de 1986 de deux manières différentes. Utilisez les coefficients saisonniers obtenus par la méthode de comparaison aux moyennes mobiles avec une synthèse par moyennes (paragraphe 4.1) et par médianes (paragraphe 5.1). Employez l'estimation de la tendance déterminée à la fin du paragraphe 1.4.



6.1.1 Vos réponses



Déterminez également, dans chacun des deux cas, un intervalle de prévision à 80 %, en employant la fonction de distribution des erreurs de prévision appropriée.



6.1.2 Vos réponses

### Remarque

Dans le cas d'un modèle multiplicatif,  $E_{inf}$  sera généralement inférieur à 1. L'intervalle de prévision à 90% est alors le suivant:  $\hat{y} \times E_{inf}$  à  $\hat{y} \times E_{sup}$ .



## SYNTHÈSE

Nous avons discuté de la prévision par décomposition de la série en ses principales composantes. Nous avons exposé comment construire un intervalle de prévision.

**Partie 7** Nous allons appliquer les méthodes vues dans les parties précédentes mais cette fois au moyen d'un logiciel. Ceci permettra d'appliquer les mêmes méthodes sur d'autres séries, sans avoir besoin d'employer des formules. Il s'agit du logiciel Time Series Expert déjà employé aux chapitres précédents, notamment dans l'exercice 3 du chapitre 4.

### 7.1 INTRODUCTION

Nous allons effectuer cette étude en employant Time Series Expert for Windows, en abrégé TSE.

- ⇒ Pour démarrer le logiciel, suivez les instructions données en annexe de l'introduction du cours.
- ⇒ Choisissez le répertoire de données approprié sur votre disque (pas sur le CD-ROM): menu File ⇒ Open. Choisissez DATA puis CHAP05 puis CH05EX05.
- ⇒ Chargez le problème déjà préparé: ARTIF. Cliquez sur Open. Vous devez alors voir dans le bas de l'écran que la variable dépendante est ARTIF, que l'échantillon d'estimation est 1980.1 – 1985.4 et que les prévisions seront calculées jusqu'en 1986.4.
- ⇒ Pour visualiser le tableau des données: menu Data ⇒ Spreadsheet. Pressez la touche fonction F3 pour charger une série dans la colonne A du tableau. Sélectionnez ARTIF.

Nous allons modifier la série en éliminant les perturbations qui ont été introduites. Nous la sauverons sous le nom ORIGINAL.

- ⇒ Utilisez le menu Edit ⇒ Rename. Sur la ligne où se trouve le nom de la série ARTIF, tapez le nom ORIGINAL. Cliquez OK. Pressez la touche fonction F2 pour sauvegarder la série.
- ⇒ Descendez sur la ligne 1984.4 et tapez 237 et pressez Enter pour remplacer la donnée 189. De même, remplacez la donnée 206 de 1985.3 par 230 et la donnée 213 de 1985.4 par 261. Pressez la touche fonction F2 pour sauvegarder de nouveau la série. Confirmez la sauvegarde de la série existante en cliquant OK.
- ⇒ Quittez le tableur par le menu File ⇒ Exit TSE Spreadsheet.

**Remarques**

1. Les noms de variable sont limités à 8 caractères.
2. Si l'on demande de sauvegarder sous le même nom une série qui a déjà été sauvegardée, un message d'avertissement apparaît pour demander une confirmation du remplacement.

Nous allons maintenant comparer graphiquement les deux séries.

⇒ Pour visualiser graphiquement la série: menu Graphics ⇒ Series. Sélectionnez ARTIF (cliquez sur ce nom) puis ORIGINAL (pressez sur la touche Ctrl puis procédez de même) puis cliquez sur Open. Cliquez sur OK pour obtenir le graphique.

**Remarques**

1. Comme pour tous les graphiques de TSE, il est possible de focaliser sur un point.
2. Dans tous les graphiques de TSE, il faut les fermer pour poursuivre l'exercice.

⇒ Utilisez la focalisation pour contrôler les valeurs numériques des données des deux séries, principalement les changements qui ont permis d'obtenir la série ORIGINAL à partir de la série ARTIF. Quittez le graphique.



Que peut-on dire des deux séries ?



7.1.1 Votre réponse

Nous emploierons la série ORIGINAL vers la fin de l'exercice.

**7.2 DÉTERMINATION DES COEFFICIENTS SAISONNIERS**

Dans un premier temps nous allons appliquer successivement les méthodes élémentaires vues dans les parties 2 à 5 de l'exercice. Nous employons les mêmes dénominations, à savoir

METH1	méthode de comparaison à la moyenne générale (partie 2)
METH2	méthode de comparaison aux moyennes annuelles (partie 2)
METH3	méthode de comparaison à la tendance linéaire (partie 3)
METH41	méthode de comparaison aux moyennes mobiles (partie 4)
METH42	méthode de comparaison aux moyennes mobiles, avec utilisation de médianes au lieu de moyennes pour la synthèse (partie 5)

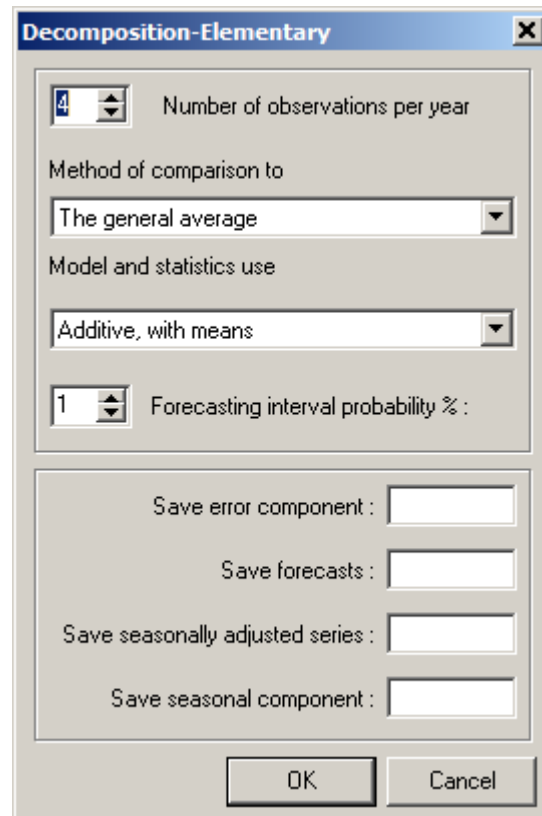
Nous donnons ci-dessous un tableau avec les résultats obtenus pour les coefficients saisonniers:

	I	I I	I I I	I V
METH1	- 4 2 . 0 0	- 1 9 . 0 0	2 1 . 0 0	4 0 . 0 0
METH2	- 4 2 . 0 0	- 1 9 . 0 0	2 1 . 0 0	4 0 . 0 0
METH3	- 3 4 . 3 5	- 1 6 . 4 5	1 8 . 4 5	3 2 . 3 5
METH41	- 3 5 . 7 5	- 1 6 . 9 5	1 8 . 6 5	3 4 . 0 5
METH42	- 3 8 . 0 0	- 2 1 . 0 0	1 7 . 0 0	4 2 . 0 0

Nous n'allons pas nous occuper de tous les aspects, seulement des coefficients saisonniers.

### 7.2.1 Méthode de comparaison à la moyenne générale (METH1)

- ⇒ Pour demander le calcul des coefficients saisonniers par la méthode de comparaison à la moyenne générale, menu Methods ⇒ Decomposition ⇒ Elementary. Vous devez voir "the general average" sur la deuxième ligne.
- ⇒ Dans la fenêtre de dialogue Decomposition window, vous devez voir 4 en face de Number of obs. / year, comme dans la copie d'écran ci-dessous.



⇒ La méthode invoquée est la méthode de comparaison à la moyenne générale. Pressez OK pour lancer le programme. Nous allons consulter la sortie.

? Notez les nombres apparaissant sous le titre “Seasonal coefficients” et comparez-les à la ligne METH1 du tableau du début du paragraphe. Obtenez-vous les mêmes résultats?



*7.2.1 Coefficients saisonniers des quatre trimestre*  
 I :                  II :                  III :                  IV :



### Remarque

Si vous ne trouvez pas les bons résultats, vérifiez que la troisième ligne de la fenêtre de décomposition comporte bien “additive with means”. Si ce n’est pas le cas, utilisez les triangles pointés vers le haut ou vers le bas jusqu’à ce que l’option apparaisse.

**7.2.2 Méthode de comparaison aux moyennes annuelles (METH2)**

- ⇒ Menu Methods ⇒ Decomposition ⇒ Elementary.
- ⇒ Déplacez le pointeur de la souris sur la deuxième ligne et utilisez l'ascenseur jusqu'à ce que vous voyiez "the annual averages". Si vous allez trop vite et que vous le sautez, recommencez jusqu'à ce qu'il réapparaisse. Cliquez OK pour lancer le programme.



Notez les nombres apparaissant sous le titre "Seasonal coefficients" et comparez-les à la ligne METH2 du tableau du début du paragraphe. Obtenez-vous les mêmes résultats?



*7.2.2 Coefficients saisonniers des quatre trimestre*  
*I :                  II :                  III :                  IV :*

**7.2.3 Méthode de comparaison à la tendance linéaire (METH3)**

- ⇒ Menu Methods ⇒ Decomposition ⇒ Elementary.
- ⇒ Déplacez le pointeur de la souris sur la deuxième ligne et utilisez l'ascenseur jusqu'à ce que vous voyiez "the linear trend". Cliquez OK pour lancer le programme.



La constante "intercept" et la pente "beta" de la droite de tendance calculée sur les moyennes annuelles sont fournies. Avez-vous les mêmes résultats qu'au paragraphe 1.4, équation (1) ?



*7.2.3 Votre réponse*



Notez les nombres apparaissant sous le titre "Seasonal coefficients" et comparez-les à la ligne METH3 du tableau du début du paragraphe. Obtenez-vous les mêmes résultats?



*7.2.4 Coefficients saisonniers des quatre trimestre*  
*I :                      II :                      III :                      IV :*

**Remarque**



Il est possible d'employer trois autres formes de tendance, avec les courbes de croissance exponentielle modifiée, logistique et de Gompertz vues dans le chapitre 3. On emploie la méthode des trois points sur les moyennes annuelles pour estimer les paramètres.

**7.2.4 Méthode de comparaison aux moyennes mobiles (METH41)**

- ⇒ Menu Methods ⇒ Decomposition ⇒ Elementary.
- ⇒ Déplacez le pointeur de la souris sur la deuxième ligne et utilisez l'ascenseur jusqu'à ce que vous voyiez "the moving averages (MA); no trend". Cliquez OK pour lancer le programme.



Notez les nombres apparaissant sous le titre "Seasonal coefficients" et comparez-les à la ligne METH41 du tableau du début du paragraphe. Obtenez-vous les mêmes résultats?



*7.2.5 Coefficients saisonniers des quatre trimestre*  
*I :                      II :                      III :                      IV :*

**7.2.5 Méthode de comparaison aux moyennes mobiles, avec utilisation de médianes au lieu de moyennes pour la synthèse (METH42)**

- ⇒ Menu Methods ⇒ Decomposition ⇒ Elementary.
- ⇒ Sur la deuxième ligne, vous devez voir "the moving averages (MA); no trend". Déplacez le pointeur de la souris sur la troisième ligne et utilisez l'ascenseur jusqu'à ce que vous voyiez "additive with medians" et non "additive with means" comme jusqu'à présent. Cliquez OK pour lancer le programme.





?

Notez les nombres apparaissant sous le titre “Seasonal coefficients” et comparez-les à la ligne METH42 du tableau du début du paragraphe. Obtenez-vous les mêmes résultats?

#### 7.2.6 Coefficients saisonniers des quatre trimestre

I :                      II :                      III :                      IV :

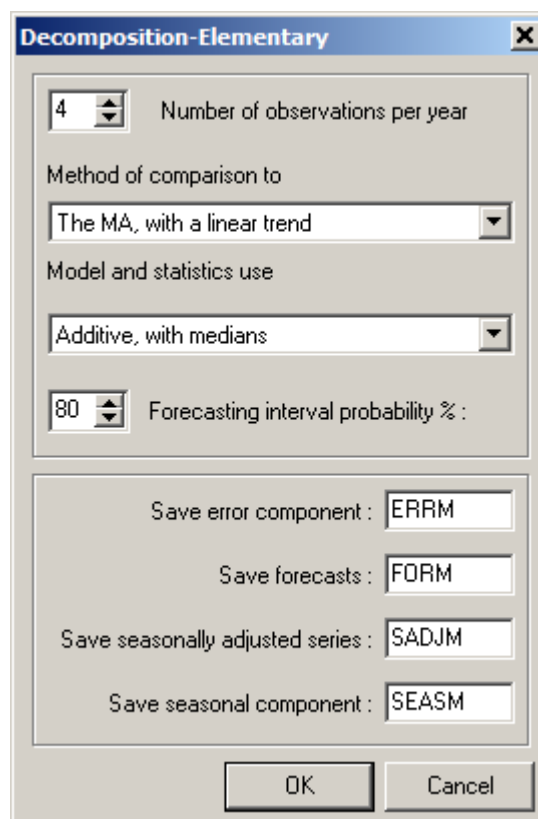
### 7.3 SÉRIES CORRIGÉE DES VARIATIONS SAISONNIÈRES ET DES ERREURS

Nous allons utiliser, à titre d'exemple, la méthode de comparaison aux moyennes mobiles centrées sur un an employant les médianes pour la synthèse. Il est évidemment possible d'obtenir des résultats similaires pour toutes les méthodes et de les comparer à ce qui a été obtenu dans les parties 3, 4 et 5 de l'exercice.

Dans le but de préparer le paragraphe suivant, nous allons sauvegarder plusieurs séries qui ne seront pas toutes utilisées ici. Avant de lancer le programme, vérifiez que les trois premières lignes de la fenêtre de décomposition contiennent respectivement “4”, “the moving averages (MA); no trend” et “additive with medians”. Nous allons changer la deuxième option ainsi que les autres dont nous n'avons pas encore parlé.

- ⇒ Menu Methods ⇒ Decomposition ⇒ Elementary.
- ⇒ Sur la deuxième ligne, choisissez “the MA, with a linear trend”.
- ⇒ Descendez sur la ligne 4, intitulée Error component, cliquez et tapez ERRM.
- ⇒ Descendez sur la ligne 5, intitulée Forecasts, cliquez et tapez FORM.
- ⇒ Descendez sur la ligne 6, intitulée Seasonally adjusted, cliquez et tapez SADJM.
- ⇒ Descendez sur la ligne 7, intitulée Seasonal component, cliquez et tapez SEASM.
- ⇒ Descendez sur la ligne 8, intitulée Forecasting interval prob, cliquez et tapez 80.

La fenêtre de dialogue se présente comme suit.



Cliquez OK pour lancer le programme.

### Remarques



1. Pour vous déplacer dans un fichier de statistique aussi long ou plus large que celui-ci, utilisez les flèches directionnelles vers le bas ou vers le haut, à gauche ou à droite, ou les touches de changement de page vers le bas, Page Dn, ou vers le haut, Page Up.

2. Il est possible de sauvegarder le fichier de statistique dans le répertoire courant. Effectuez un click avec le bouton droit, choisissez Save As et choisissez le nom de fichier puis cliquez Save. L'extension du fichier est automatiquement .STA. Ces fichiers peuvent être réexaminés en passant par le menu Reports ⇒ Statistic Report et en sélectionnant le nom désiré.

Vous pouvez employer le tableau dans le fichier de sortie ou, alternativement, les graphiques, en suivant les instructions suivantes.



Pour visualiser graphiquement la série SADJM: menu Graphics

⇒ Series. Sélectionnez ARTIF et SADJM puis cliquez Open. Cliquez OK pour obtenir le graphique.

⇒ Pour visualiser graphiquement la série ERRM: menu Graphics  
 ⇒ Series. Sélectionnez ERRM puis cliquez Open. Cliquez OK pour obtenir le graphique.

Voici les données corrigées des variations saisonnières obtenues par la méthode considérée dans le paragraphe 6.2.

Année	I	II	III	IV
1980	81	87	93	99
1981	105	111	117	123
1982	129	135	141	147
1983	153	159	165	171
1984	177	183	189	147
1985	201	207	189	171



Trouvez-vous les mêmes résultats dans la colonne D du tableau ou dans le graphique de la série SADJM?

7.3.1 Votre réponse



Voici les données corrigées des variations saisonnières obtenues par la méthode considérée dans le paragraphe 6.3.

Année	I	II	III	IV
1980			0	0
1981	0	0	0	0
1982	0	0	0	0
1983	0	0	0	0
1984	0	6	12	-36
1985	15	18		



Trouvez-vous les mêmes résultats dans la colonne Res du tableau ou dans le graphique de la série ERRM?

7.3.2 Votre réponse



#### 7.4 PRÉVISIONS POUR L'ANNÉE 1986

Dans les instructions du paragraphe précédent, nous avons déjà demandé le calcul des prévisions et nous avons sauvegardé celles-ci dans un fichier. Rappelons que les prévisions provenant d'une méthode de décomposition saisonnière reposent sur une prévision de la tendance-cycle. Nous supposons ici qu'il n'y a pas de cycle mais que la tendance est linéaire. C'est la raison d'avoir remplacé l'option "the moving averages (MA); no trend" par "the MA, with a linear trend".

⇒ Rechargez le fichier de sortie comme suit : menu Reports ⇒ Statistic Report. Choisissez DECOMP. Consultez la colonne Forecast vers la fin du fichier.



Que valent les prévisions pour l'année 1986 ?

7.4.1 Prévisions pour l'année 1986

I :	II :	III :	IV :
-----	------	-------	------



Que valent les intervalles de prévision à 80 % pour le trimestre I de l'année 1986 ? Que remarquez-vous ?

7.4.2 Votre réponse



Notons que les critères MSE, MAE et MAPE ne sont pas calculés parce que la série s'arrête en 1985.

#### 7.5 TRAITEMENT DE LA SÉRIE ORIGINAL

⇒ Chargez le problème déjà préparé: menu File ⇒ Open. Choisissez ORIGINAL.

Nous allons employer la même méthode de comparaison aux moyennes mobiles avec utilisation de médianes pour la synthèse. Le problème comporte déjà l'ensemble des options nécessaires.



Menu Methods  $\Rightarrow$  Decomposition  $\Rightarrow$  Elementary. Cliquez OK pour lancer le programme.

Vous pouvez consulter le fichier de sortie, ou examiner les séries corrigées des variations saisonnières, de nom SADJO, ou la série des erreurs, de nom ERRO.



Que pouvez-vous constater ?

*7.5.1 Votre réponse*



## SYNTHÈSE

Pour la série ARTIF, nous retrouvons évidemment les mêmes résultats que ceux obtenus avec Microsoft Excel dans les parties 1 à 6. Pour la série ORIGINAL dans laquelle toutes les perturbations ont été éliminées, on constate que la décomposition saisonnière est maintenant parfaitement réalisée.



## Exercice avancé

(Pour les utilisateurs de la version avancée du cours)

**Préalable** | Le chapitre 5 du cours avancé doit avoir été suivi jusqu'à la page 96.

**Objectif** | Le but de cet exercice théorique (facultatif) est de justifier les méthodes du chapitre par l'application du principe des moindres carrés.

**Données** | Néant

**Partie A** *Facultatif*

*Cet exercice est réservé aux apprenants du cours avancé intéressés par la justification mathématique de la méthode décrite dans la partie 2 de l'exercice.*

Nous avons mentionné que, si l'on suppose les  $f_{ij}$  connus, le principe des moindres carrés conduit à

$$S_j = \frac{1}{I} \sum_i (y_{ij} - f_{ij}), \quad (*)$$

ce qui traduit le fait que, pour  $j$  fixé, les différences  $y_{ij} - f_{ij}$  sont des estimations de  $S_j$ .

Considérez le modèle suivant :  $y_{ij} = f_{ij} + S_j + e_{ij}$  et montrez que l'application du critère des moindres carrés, c'est-à-dire la minimisation de la somme des carrés des  $e_{ij}$  (somme pour  $i$  allant de 1 à  $I$  et pour  $j = 1$  à  $J$ )

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J e_{ij}^2 = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (y_{ij} - f_{ij} - S_j)^2$$

conduit bien à (\*).

**Indication**

Calculez la dérivée partielle de la somme des carrés par rapport à  $S_j$ . Il ne reste plus qu'une somme pour  $i$  allant de 1 à  $I$ . La résolution de l'équation par rapport à  $S_j$  donne (\*).

**[Retour au chapitre 5](#)**